આઈન્સ્ટાઇનનો સાપેક્ષતાવાદ

વ્યાખ્યાતા

ડૉ. પી. સી. વૈદ્ય

એમ. એસસી., પીએચ. ડી.

તારીખ

૨૨ ફેબ્રુઆરી ૧૯૬૮

આયોજક

મ્યુનિસિપલ આર્ટ્સ ઍન્ડ કૉમર્સ કૉલેજ

મહેસાણા

આ વર્ષનું યુનિવર્સિટી વ્યાખ્યાન · ૧૯૬૮

આઈન્સ્ટાઈનના સાપેક્ષતાવાદ

પ્રમાણે

સ્થળ, કાળ અને ગતિની સાપેક્ષતા

૧. પ્રાસ્તાવિક :

ફ્રેન્ચ ગણિતી અને તત્ત્વવેત્તા હેન્રી પોઈન્કારેએ (૧૮૫૪–૧૯૧૨) વિધાન કર્યું છે કે પદાર્થ જે અનેક પ્રકારનાં પરિવર્તનો પામી શકે છે તેમાંનાં સર્વથી સાદાં કે સરળ પરિવર્તનો તે સ્થાન-પરિવર્તનો છે. હવે પદાર્થનું સ્થાન જેમ પરિવર્તન પામતું જાય છે તેમ તેમ સમય વ્યતીત થતો જાય છે અને સ્થાન ફેરવતો પદાર્થ ગતિ કરે છે એમ આપણે કહીએ છીએ. આ રીતે સ્થળ, કાળ અને ગતિ એકમેક સાથે ગાઢ સંબંધે બંધાયેલાં છે. આ સંબંધની ખરી સમજ મેળવવા માટે ગણિતીઓ, ભૌતિકીઓ અને તત્ત્વવેત્તાઓએ કરેલા અનેક પ્રયત્નો વિજ્ઞાનના ઇતિહાસમાં નોંધાયેલા છે. આ સંબંધોનું આઈન્સ્ટાઈને કરેલું તલસ્પર્શી વિશ્લેષણ, ૧૯૦૫ ના તેના સાપેક્ષતાના સિદ્ધાન્તના પાયામાં રહેલું છે; અને આ વિશ્લેષણને પરિણામે આ સદીના ભૌતિક વિજ્ઞાનના વિકાસનાં દ્વાર ખૂલી ગયાં એમ કહી શકાય.

આઈન્સ્ટાઈને નિર્દેશેલા સ્થળ, કાળ અને ગતિ વિષેના કેટલાક પાયાના ખ્યાલો સમજવાનો આપણે પ્રયત્ન કરીશું.

૨. સ્થિતિ અને ગતિ :

એક પુસ્તકને હું ટેબલ ઉપર મૂકું છું. હવે હું મારી જાતને એક સવાલ પૂછું છું: આ પુસ્તક સ્થિર છે કે ગતિ કરે છે? પુસ્તક સ્થિર છે એમ હું જોઈ શકું છું. આ "સ્થિર હોવાપણા" વિષે આપણે જરા ઊંડા ઉતરીને વિચાર કરીએ. પુસ્તક સ્થિર છે; કારણ કે ટેબલની બે ધાર OX અને OYથી તેનાં અન્તરો બદલાતાં નથી. પણ ટેબલનું શું? તે સ્થિર છે? વળી પાછું, ઉપર પ્રમાણે દલીલ કરીને આપણે કહી શકીએ કે ટેબલ સ્થિર છે; કારણ કે ઓરડાની દીવાલો અને છતથી તેનાં અન્તરો બદલાતાં નથી. તો

પછી ઓરડાનું શું ? ઓરડો એક મકાનમાં છે અને આ મકાન નક્કર પૃથ્વી ઉપર ચણેલું છે. પણ પૃથ્વીનું શું ? ઓ હો,...પૃથ્વી તો સૂર્યની આસપાસ ફરે છે ! તો પછી ? પૃથ્વી ગતિ કરે છે, તેની સાથે ઓરડો ગતિ કરે છે અને ઓરડા સાથે ટેબલ અને પુસ્તક પણ ગતિ કરે છે !! આપણે આપણા મૂળ સવાલ પર પાછા આવીએ. આ પુસ્તક સ્થિર છે કે ગતિ કરે છે ? ઉપર કરેલા વિશ્લેષણ ઉપરથી એટલું તો સ્પષ્ટ થશે કે આ પ્રશ્નનો અસંદિગ્ધ જવાબ આપવો શક્ય નથી, પરંતુ નીચે પ્રમાણે ફક્ત ગોળ ગોળ જવાબ આપી શકાય :

જો તમે પૃથ્વી ઉપર હો તો તમને પુસ્તક સ્થિર દેખાશે, પરંતુ જો તમે સૂર્ય ઉપર જશો તો ત્યાંથી તમને પુસ્તક ગતિ કરતું દેખાશે ! આમ એક પદાર્થ સ્થિર છે કે ગતિ કરે છે તે **અવલોકન** કરનાર ઉપર આધાર રાખે છે. ગતિ અને સ્થિતિ, આ શબ્દો કોઈ નિરપેક્ષ પરિસ્થિતિનું વર્ણન કરતા નથી, પરંતુ તે વર્ણન અવલોકનકારો પર આધાર રાખતું સાપેક્ષ વર્ણન છે. એક અવલોકનકારની નજરે એક પદાર્થ સ્થિર હોય, પરંતુ તે જ પદાર્થ બીજા કોઈ અવલોકનકારની નજરે ગતિમાન હોય !

૩. સાપેક્ષતાનો સિદ્ધાન્ત :

ગતિ માત્ર સાપેક્ષ છે એ સત્યથી તો ઇતિહાસના પ્રારંભકાળથી તત્ત્વ-ચિંતકો પરિચિત છે. હવે વિજ્ઞાનમાં તો નિસર્ગનાં અવલોકનો તથા નૈસર્ગિક પરિઘટનાઓને આવરી લેતા નિયમોની વાત આવે છે, પરંતુ ગતિમાં નિરપેક્ષ તત્ત્વ ન હોવાને કારણે, અવલોકનકારની ગતિની, તેણે કરેલાં નિસર્ગનાં અવલોકનો ઉપર અસર ન પડવી જોઈએ. અથવા તો આ જ વાતને બીજી રીતે કહીએ તો એકબીજાની નજરે સાપેક્ષ ગતિ ધરાવતા બે અવલોકનકારો A તથા B નિસર્ગની પરિઘટનાઓનું વર્ણન એકસરખી રીતે કરશે.

એથી ઊલટું, ગતિમાં રહેલા નિરપેક્ષપણાના અભાવને લીધે, કોઈ પણ અવલોકિત પરિઘટના નૈસર્ગિક છે કે નહિ તે નક્કી કરવાની એક કસોટી પ્રાપ્ત થાય છે. પરસ્પર સાપેક્ષ ગતિ ધરાવતા બે અવલોકનકારો તથા B એ કરેલું કોઈ પરિઘટનાના અવલોકનનું વર્ણન, તેમની સાપેક્ષ ગતિથી સ્વતંત્ર એવા સ્વરૂપમાં વ્યક્ત કરી શકાય તો તે પરિઘટના નૈસર્ગિક પરિઘટના થશે અને તે પરિઘટનાનું વર્ણન વિજ્ઞાનમાં સ્થાન પામશે. આ કસોટીને સાપેક્ષતાની કસોટી અથવા સાપેક્ષતાનો સિદ્ધાન્ત કહેવામાં આવે છે. સ્પષ્ટ છે કે સાપેક્ષતાના સિદ્ધાંત વગર વિજ્ઞાન શક્ય જ નથી;અને " આર્કિમિડીઝ તેની

નહાવાની ઓરડીમાં બેઠો અને વિજ્ઞાનનો જન્મ થયો” ત્યારથી આ સિદ્ધાંતનો અમલ થતો આવ્યો છે.

આમ, વિજ્ઞાનના જન્મની સાથે જ સાપેક્ષતાની કસોટીનો ઉપયોગ શરૂ થયો છે; પરંતુ આ કસોટી વાપરતી વખતે એ અવલોકનકારોએ કરેલાં અવલોકનો સરખાવવાં પડે છે; વળી વિજ્ઞાનમાં જેમ જેમ પ્રગતિ થતી આવે છે તેમ તેમ અવલોકનનાં સાધનો વધુ ને વધુ સૂક્ષ્મ થતાં આવે છે. જૂનાં સ્થૂળ સાધનો વડે કરેલાં અવલોકનો તે કાળે સાપેક્ષતાની કસોટીએ પસાર થયાં હોય, પરંતુ નવાં સૂક્ષ્મતર સાધનોથી કરેલાં અવલોકનોમાં કદાચ અવલોકન-કારોની સાપેક્ષ ગતિની અસર દેખાઈ આવે. આમ, વિજ્ઞાનની પ્રગતિના પ્રત્યેક સોપાન સાથે સાપેક્ષતાની કસોટીનો ઉપયોગ નવાં નવાં પરિણામ લાવે છે.

ગત શતાબ્દીના અન્ત ભાગમાં અવલોકનનાં સાધનોની સૂક્ષ્મતા વધવાને કારણે જે નવી અવલોકન-સામગ્રી પ્રાપ્ત થઈ તેને સાપેક્ષતાની કસોટીએ ચઢાવવા જતાં સ્થળ, કાળ અને ગતિ વિષેના આપણા મૂળભૂત ખ્યાલો વિષે પુનર્વિચારણા કરવાની આવશ્યકતા ઊભી થઈ. આ વિષે હવે આપણે જોઈશું.

૪. પ્રકાશનું પ્રસરણ :

નિસર્ગના બે સંદેશવાહકો – અવાજ અને પ્રકાશ. તેના ઉગમસ્થાનથી ચારે દિશામાં પ્રકાશનું પ્રસરણ કઈ પ્રક્રિયા દ્વારા થાય છે તે સમજવા માટે ઘણા પ્રયત્નો થયા છે. એ તો જાણીતી વાત છે કે આ પ્રક્રિયા ગતિમાન રજકણો મારફતે થાય છે એવું ન્યૂટનનું અનુમાન પ્રયોગો દ્વારા પ્રતિપાદિત થઈ શક્યું નથી અને પ્રકાશ-પ્રસરણના લગભગ બધા જ ગુણધર્મો હ્યુગિન્સના આન્દોલન-પ્રસરણ-સિદ્ધાન્તથી સમજાવી શકાયા છે. જેમ અવાજનાં હવામાં મોજાં થાય છે, તે મોજાં ચારે બાજુ વિસ્તરે છે અને અવાજ ફેલાય છે તેવી જ રીતે, આ સિદ્ધાન્ત પ્રમાણે, પ્રકાશનાં પણ મોજાં – આંદોલનો થાય છે. તે આન્દોલનો ચારે તરફ વિસ્તરે છે અને એ રીતે પ્રકાશ પ્રસરે છે.

હવે પ્રશ્ન એ ઉપસ્થિત થાય છે કે દરેક પ્રકારનાં આન્દોલનોની ઉત્પત્તિ અને પ્રસાર માટે માધ્યમની જરૂર રહે છે. અવાજનાં મોજાં હવામાં થાય છે, દરિયાનાં મોજાં પાણીમાં થાય છે તો પછી પ્રકાશનાં મોજાં કયા પદાર્થમાં થાય છે? તે હવાનાં મોજાં છે તેમ તો ન કહી શકાય. કારણ કે પૃથ્વીની આસપાસ વાતાવરણ તો થોડા માઈલો સુધી જ છે, જ્યારે પ્રકાશ તો

અનન્ત અવકાશમાં દૂર દૂર રહેલા તારાઓમાંથી નીકળીને વર્ષોની સફર ખેડીને આપણને મળે છે. તો પછી પ્રકાશપ્રસરણનું માધ્યમ શું ?

જ્યારે જ્યારે વૈજ્ઞાનિકોને એમ જણાય છે કે અમુક વસ્તુનું અસ્તિત્વ હોવું જોઈએ, પણ તે વસ્તુ વિષે બીજું કશું તે જાણતો નથી, ત્યારે તેની ગણિત-જુગ-જૂની પદ્ધતિ તે વાપરે છે અને એક કૂટપ્રશ્ન રચે છે: "ધારો કે તે વસ્તુ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. તે વસ્તુને x કહો. ચાલો, હવે આ x ની કિંમત શોધીએ." વૈજ્ઞાનિકોએ માની લીધું કે એવો એક વિશ્વવ્યાપી પદાર્થ છે જે આ માધ્યમની ગરજ સારે છે અને જેમાં થતાં આન્દોલનો મારફત પ્રકાશ પ્રસરે છે. આ પદાર્થનું નામ x ન રાખતાં ઈથર નામ રાખ્યું. હવે x ની કિંમત શોધવાની રહી. એટલે કે માની લીધેલા આ માધ્યમ ઈથરના ગુણધર્મો જાણવા માટેના પ્રયોગોનું આયોજન કરવાનું બાકી રહ્યું.

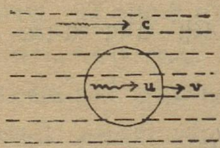
૫. માઇકેલ્સન-મોર્લે પ્રયોગ :

અનન્ત અવકાશ ઇથરનો સમુદ્ર છે. જેમ સમુદ્રમાં માછલીઓ તરે તેમ ઇથરમાં તારા, સૂર્ય, પૃથ્વી, ગ્રહો, ચંદ્રો વગેરે સરે છે આ ઉપમા ઉપરથી અનેક પ્રશ્નો ઉદ્‌ભવશે :

(૧) સમુદ્રના પાણીને લીધે તેમાં તરતી માછલીઓની ગતિને અવરોધતું બળ ઊભું થાય છે. ઈથરમાં ગતિ કરતા ગ્રહોને આવા કોઈ અવરોધક બળનો સામનો કરવો પડે છે ખરો ? (૨) માછલીઓની તેમ જ ઝડપથી પસાર થતી સ્ટીમરોની ગતિને કારણે સમુદ્રના પાણીમાં તત્કાલીન તથા તત્સ્થાનિક વમળો અને વહેણ ઉત્પન્ન થાય છે, જે ગતિ કરતો પદાર્થ દૂર ચાલી જતાં શમી જાય છે. તો ઈથર મહાસાગરમાં સરકતા ગ્રહોની ગતિથી આવાં તત્કાલીક અને તત્સ્થાનિક વહેણ-વમળો ઉત્પન્ન થતાં હશે ખરાં ? સ્પષ્ટ છે કે આ અને આવા બીજા અનેક પ્રશ્નોના ઉત્તર મેળવવા માટેનું પ્રથમ પગલું ઇથર સમુદ્રમાં સરકતી એકાદ "માછલી"નો વેગ માપવાનું હોઈ શકે અને તે માટે સૂર્ય આસપાસના પરિભ્રમણને કારણે ઈથર-મહાસાગરમાં સરકતી આપણી પૃથ્વીથી વધારે સગવડભરી બીજી કઈ "માછલી" આપણને મળવાની હતી ?

ઈથરમાં પ્રવાસ કરતી પૃથ્વીનો વેગ માપવા માટે માઈકેલ્સન અને મોર્લે નામના બે વૈજ્ઞાનિકોએ એક પ્રયોગનું આયોજન કર્યું. તે પ્રયોગના મૂળમાં રહેલા સિદ્ધાન્તો સમજવા સહેલા છે. ધારો કે ઈથર-સમુદ્રમાં પૃથ્વી v વેગથી પ્રવાસ કરે છે. પ્રકાશના કિરણનો ઈથરમાં વેગ c છે. તો તે કિરણનો પૃથ્વી

ઉપરથી આપેલો વેગ કેટલો થશે તે ગણી કાઢવું સરળ છે. પૃથ્વી ઉપરથી માપેલા આ પ્રકાશના વેગને u કહીશું. uની કિંમત પૃથ્વીની ગતિદિશા અને પ્રકાશની ગતિદિશા ઉપર આધાર રાખશે. ગણતરી કરવાની રીત તો અંકગણિતમાં સમય અને વેગના દાખલા ગણવામાં જે વાપરીએ છીએ તે જ છે. જ્યારે પ્રકાશકિરણની ગતિ પૃથ્વીની ગતિદિશામાં હોય ત્યારે આકૃતિ ૧ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે



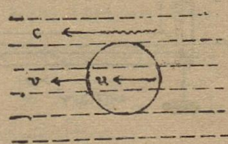
આકૃતિ-૧

ઈથરમાં પ્રકાશનો વેગ = ઈથરમાં પૃથ્વીનો વેગ + પૃથ્વી પર પ્રકાશનો વેગ

અથવા $c = v + u$ અને તેથી $u = c - v$.

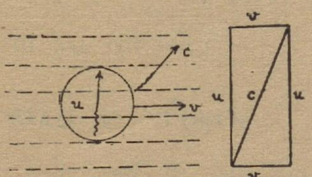
એ જ પ્રમાણે, જ્યારે પ્રકાશ-કિરણની ગતિ પૃથ્વીની ગતિદિશાથી વિરુદ્ધ દિશામાં હોય ત્યારે (આકૃતિ ૨ પ્રમાણે)

$c = u - v$ એટલે કે $u = c + v$ થશે.



આકૃતિ-૨

પરંતુ જ્યારે પ્રકાશકિરણ પૃથ્વીની ગતિદિશાને કાટખૂણે ગતિ કરશે ત્યારે uની કિંમત કાઢવી એટલી સરળ નથી. તે માટે પાયથાગોરાસના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરવો પડશે. આકૃતિ ૩ ઉપરથી જણાશે કે $u^2 + v^2 = c^2$ એટલે કે



આકૃતિ-૩

$u = \sqrt{c^2 - v^2}$.

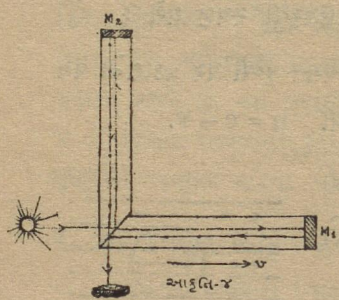
મા.મો. પ્રયોગ પાછળના સિદ્ધાન્તો સમજવા માટે ઉપર વર્ણવેલ સરળ ગણિત પૂરતું છે. પૃથ્વીની ગતિદિશામાં l સે.મી. અન્તર સુધી પ્રકાશનું એક કિરણ મોકલી તેને M_1 અરીસાની મદદથી પરાવર્તિત કરી l સે.મી. પાછું બોલાવી લેવાની આ પ્રયોગમાં યોજના હતી. પૃથ્વીની ગતિદિશામાં પ્રકાશનો વેગ $c - v$ હોવાથી l સે.મી. કાપતાં કિરણને $\frac{l}{c-v}$ સેકન્ડ લાગશે અને પાછા ફરતાં વેગ $c + v$ હોવાને કારણે $\frac{l}{c+v}$ સેકન્ડ જેટલો સમય લાગશે.

આમ પૃથ્વીની ગતિદિશામાં l સે.મી. કાપીને તેટલું જ અન્તર પાછું ફરતાં કિરણને કુલ

$$\frac{l}{c+v}+\frac{l}{c-v}=\frac{2lc}{c^2-v^2}=\frac{2l/c}{1-v^2/c^2}$$ સેકન્ડ જેટલો સમય લાગશે.

આ સમયને t_1 કહો.

$$t_1=\frac{2\,l/c}{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad \text{...(૧)}$$



આકૃતિ-૪

એજ પ્રમાણે પ્રકાશનું કિરણ જો પૃથ્વીની ગતિદિશાને લંબ દિશામાં l સે.મી. અન્તર કાપી, અરીસા M_2 ઉપરથી પરાવર્તિત થઈ l સે.મી. પાછું આવે તો તેનો આવવા-જવાનો કુલ સમય

$$\frac{l}{\sqrt{(c^2-v^2)}}+\frac{l}{\sqrt{(c^2-v^2)}}=\frac{2l}{\sqrt{(c^2-v^2)}}=\frac{2l/c}{\sqrt{(1-v^2/c^2)}}$$

સેકન્ડ થશે. આ સમયને t_2 કહો.

$$t_2=\frac{2\,l/c}{\sqrt{(1-v^2/c^2)}} \qquad \text{...(૨)}$$

ઉપરનાં (૧) અને (૨) સમીકરણો ઉપરથી દેખાય છે કે t_1 અને t_2 સરખા નથી. આ બે સમયોનો તફાવત પ્રયોગની મદદથી માપીને પૃથ્વીનો વેગ v ગણી કાઢવાની માઈકલ્સન અને મોર્લેની મુરાદ હતી.

પ્રયોગમાં પારાથી ભરેલા એક મોટા તળાવમાં પથ્થર તરતો રાખવામાં આવ્યો હતો. તે પથ્થર પર પરસ્પર કાટખૂણે બે હાથા ગોઠવેલા હતા. તરતા પથ્થરને એવી રીતે ગોઠવ્યો હતો કે એક હાથો પૃથ્વીની ગતિદિશામાં રહે. પછી તો એક કિરણને એક હાથા ઉપર મોકલી પાછું બોલાવવું અને બીજા કિરણને તેજ પ્રમાણે બીજા હાથા ઉપર મોકલી પાછું બોલાવવું અને બંનેને કેટલો સમય લાગે તે માપવું રહ્યું. પરંતુ આ વર્ણન વાંચીને જેટલું સરળ લાગે છે તેટલું સરળ આ કામ નથી. એક તો પ્રકાશ-કિરણોને અવલોકવા માટે

આ બધો પ્રયોગ અંધારામાં કરવો જોઈએ; બીજું, પ્રકાશનો વેગ એટલો બધો વધારે છે (3×10^{10} સે.મી. પ્રતિ સેકન્ડ) કે માપી શકાય તેટલો સમય લાવવા માટે હાથાની લંબાઈ ઘણી જ વધારે (પૃથ્વીના વ્યાસથી પણ વધારે !) જોઈએ. પરંતુ અહીં એક સરળતા છે. પ્રકાશનાં આન્દોલનો થાય છે અને આન્દોલનોમાં ટોચ-ખીણ,-ટોચ-ખીણ એમ પરિસ્થિતિ સરજાય છે. હવે બે હાથાની મુસાફરી કરી જે બે કિરણો પાછાં આવે છે તેમના સમયમાં ફેર હોય તો આપણે એવી વ્યવસ્થા જરૂર કરી શકીએ કે જ્યારે એક કિરણ પાછું આવે ત્યારે તેના આન્દોલનનું ટોચ બિંદુ આપણને મળે અને જ્યારે બીજું કિરણ પાછું આવે ત્યારે તેના આન્દોલનનું ખીણ-બિન્દુ આપણને પહોંચે. અને પછી આ બે કિરણો ભળે તો આન્દોલન શૂન્ય થઈ જાય; એટલે કે બે કિરણો ભેગાં થતાં અંધારું ઉત્પન્ન થાય ! બસ, આવા સરળ સિદ્ધાન્ત ઉપર બંને સમયોના ફરક માપવાનું માઈકલ્સન અને મોર્લેએ વિચાર્યું હતું. તેમણે પ્રયોગ કર્યો અને પરિણામ શું આવ્યું ? પરિણામ એ આવ્યું કે બંને કિરણોને સરખો જ સમય લાગે છે ! ગણિતની રીતે કહીએ તો–

$$\frac{2l/c}{1 - v^2/c^2} = \frac{2l/c}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}}$$

આ તો કેવી રીતે બને ?

૬. નકારાત્મક પરિણામ :

એનો અર્થ તો એમ થયો કે $1 - v^2/c^2 = \sqrt{(1 - v^2/c^2)}$. કઈ સંખ્યા તેના વર્ગમૂળની બરાબર થાય ? અલબત્ત, 0 અથવા 1 એ બે આવી સંખ્યાઓ છે. હવે ઉપરનાં સમીકરણોમાં આ સંખ્યા છેદમાં આવે છે. શૂન્ય વડે ભાગાકાર તો શક્ય નથી. તેથી આ સંખ્યાની કિંમત 1 હોવી જોઈએ. તેથી $1 - v^2/c^2 = 1$ અથવા $v = 0$. પૃથ્વીનો વેગ શૂન્ય છે ? પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ફરતી જ નથી !

પરંતુ નિસર્ગ પૃથ્વી તરફ પક્ષપાત રાખે છે તેમ માનવાને કાંઈ કારણ નથી, તેથી ઈથરમાં સરકતા કોઈ પણ ગ્રહનો વેગ શૂન્ય છે એમ જ માનવું રહ્યું. આ તો ઘણી વિચિત્ર પરિસ્થિતિ થઈ ! બધા જ ગ્રહો ઈથર-સાગરમાં સ્થિર છે ! ! પ્રયોગના આ નકારાત્મક પરિણામને કઈ રીતે સમજવું ?

મા. મો. પ્રયોગના નકારાત્મક પરિણામને સમજાવવા માટે અનેક પ્રયત્નો થયા. પરંતુ તે બધા પ્રયત્નો, 'આભ ફાટયું હોય ત્યારે થીંગડાં દેવાં' જેવા હતા. આ પ્રયત્નોમાં લોરેન્ટ્ઝ નામના ભૌતિકીએ કરેલો પ્રયત્ન નોંધવા જેવો છે. (તે સાચું પરિણામ લઈ આવ્યો પણ ખોટે માર્ગે!) તેમણે કહ્યું કે મા. મો. પ્રયોગમાં બંને સમયો સરખા આવ્યા; કારણ કે બંને હાથાની લંબાઈ તમે સરખી ગણી તે ખરેખર સરખી નહોતી – પ્રવાહની ગતિદિશાના હાથાની લંબાઈ ટૂંકી થઈ ગઈ હતી. ધારો કે તે લંબાઈ l' થઈ હોય તો મા. મો. પ્રયોગ પ્રમાણે બંને સમયો સરખા થયા એટલે;

$$\frac{2l'/c}{1-v^2/c^2} = \frac{2l/c}{\sqrt{(1-v^2/c^2}}$$

એટલે કે $l' = l\sqrt{(1-v^2/c^2)}$.

પણ આ લંબાઈ ટૂંકી થઈ જવાનું કારણ શું? કારણ કે એમ ધારો તો મા. મો. પ્રયોગ સમજી શકાય છે! ગતિને કાટખૂણ દિશામાં હાથાની લંબાઈ l હોય તો v ઝડપથી દોડતા હાથાની ગતિદિશામાં લંબાઈ $l\sqrt{(1-v^2/c^2)}$ થઈ જાય છે એમ તમે માની લો તો મા. મો. પ્રયોગનું પરિણામ કેમ શૂન્ય આવ્યું તે બરાબર સમજી શકાય છે. પરંતુ દોડતા હાથાની લંબાઈ ટૂંકી થઈ જાય છે એમ માનવાનું કાંઈ કારણ? કારણ એટલું જ કે એમ માનો તો આ મા. મો. પ્રયોગ બરાબર સમજી શકાય છે! સ્પષ્ટ છે આભ ફાટયું છે ત્યારે લોરેન્ટ્ઝ સાહેબ થીંગડું દેવા બેઠા છે!!

પ્રયોગના આ નકારાત્મક પરિણામનાં મૂળ તો ઘણાં ઊંડાં છે તેવો સર્વપ્રથમ ખ્યાલ આઈન્સ્ટાઈનને આવ્યો. સ્થળ, કાળ અને ગતિ વિષેના આપણા ખોટા ખ્યાલોમાંથી જ આ અરાજકતા જન્મી છે. આકૃતિ ૧, ૨ અને ૩ ઉપરથી આપણે નીચેનાં ત્રણ સમીકરણો લખી નાખ્યાં હતાં:

$$c = u + v, \quad c = u - v, \quad c = \sqrt{u^2 + v^2}).$$

આ સમીકરણો (એમાંનાં પહેલાં બે તો જરૂર) સ્થળ, કાળ અને ગતિની આપણી અંકગણિતીય સાદી સમજમાંથી ફલિત થાય છે. આ "સાદી સમજ" પ્રમાણેના ખ્યાલોનાં મૂળ તપાસવા આઈન્સ્ટાઈને પ્રયત્ન કર્યા તો તેને જણાયું કે આ ખ્યાલો તર્ક-સુસંગત નથી અને પછી તે ખ્યાલોને સુધારવાનું તેણે આયોજન કર્યું.

૭. સમયમાપન :

આઈન્સ્ટાઈનને અનુસરીને સ્થળ, કાળ અને ગતિ વિષેની સાદી સમજમાંથી ઉદ્‌ભવેલા આપણા ખ્યાલોને વીસરી જવાનું પહેલું કામ આપણે કરીશું અને કોરી પાટી પર એકડે એકથી વિચાર કરવાનું શરૂ કરીશું. એક હકીકત તો સ્પષ્ટ છે. સ્થળ, કાળ અને ગતિમાંથી સ્થળ અને કાળના ખ્યાલો મૂળભૂત છે; જ્યારે ગતિનો ખ્યાલ તો સ્થળ અને કાળના ખ્યાલમાંથી મેળવી શકાય તેવો પ્રાપ્ય ખ્યાલ છે. એટલે સર્વપ્રથમ તો અન્તરમાપન અને સમય-માપનના ખ્યાલો આપણે સમજી લેવા જોઈએ અને તે ઉપરથી પછી ગતિ વિષે ખ્યાલો બાંધવા જોઈએ.

ન્યૂટનના ગતિવિજ્ઞાનનો કાળ વિષે ખ્યાલ તદ્દન સરળ છે. ન્યૂટને તો એકધારા વહેતા (અને બધા માટે સરખા એવા) કાળના વહેણની કલ્પના કરી હતી. ["a true even flowing time, the same for all observers"]. આ કલ્પના પ્રમાણે તો કોઈ પણ બે ઘટના વચ્ચેનો સમયગાળો માપવો એ ધોરી માર્ગ પર આવેલાં બે સ્થળો વચ્ચેનું અન્તર માપવા જેવું બની જાય છે. ધોરી માર્ગ પર એક સ્થળ A ૬·૭ કિ.મી.ના પથ્થર પાસે છે અને બીજું સ્થળ B ૭·૯ કિ.મી.ના પથ્થર પાસે છે; તો તેમની વચ્ચેનું અંતર AB=૭·૯−૬·૭=૧·૨ કિ.મી. થશે. બસ, આ જ રીતે ન્યૂટનની કલ્પના પ્રમાણે સમયનો પણ એક ધોરી માર્ગ છે. તે માર્ગ પર સમયદર્શક પથ્થરો લગાડ્યા છે. એક ઘટના X ૧૯૪૬·૮૨ ઉપર થઈ અને બીજી ઘટના Y ૧૯૬૭·૯૩ ઉપર થઈ તો તે બે ઘટના વચ્ચેનો સમયગાળો

૧૯૬૭·૯૩−૧૯૪૬·૮૨=૧૧·૧૧ વર્ષ થશે !

આઈન્સ્ટાઈનને અનુસરવા માટે, ઉપર કહેલ ન્યૂટોનીય કલ્પના પ્રમાણેની સમયગાળા માપવાની રીત આપણે ભૂલી જઈશું અને આ સમયગાળો માપવા માટે કોઈ તર્ક–સુસંગત પદ્ધતિ વિચારવાનો પ્રયત્ન કરીશું. સમય ઘડિયાળની મદદથી માપી શકાય છે. કોઈ એક સ્થળ A ઉપર ઘટના X ઘડિયાળના t_1 સમયે થાય છે અને તે જ સ્થળ A ઉપર બીજી ઘટના Y ઘડિયાળના t_2 સમયે થાય છે તો બે ઘટનાઓ વચ્ચેનો સમયગાળો t_2-t_1 થશે. એ હકીકત તો સર્વ રીતે સુસંગત જણાય છે.

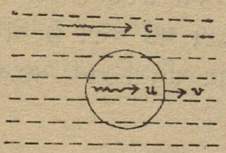
હવે ધારો કે આ બે ઘટના X અને Y બે જુદાં જુદાં સ્થળો A અને B ઉપર ઘટે છે. વધુમાં ધારી લો કે ઘટનાઓ A ઉપર t_1 વાગ્યે અને

B ઉપર t_2 વાગ્યે થાય છે. તો પછી એ ઘટનાઓ વચ્ચેનો સમયગાળો $t_2 - t_1$ થશે ખરો? જરૂર થાય, પણ એક શરતે: A અને B ઉપરનાં ઘડિયાળ એકસરખો સમય દર્શાવતાં હોય તો. પણ બે જુદે જુદે સ્થળે આવેલી એ ઘડિયાળો એકસરખા સમયો દર્શાવે છે કે કેમ તે કેવી રીતે નક્કી કરવું? આપણને તરત જ સૂઝી આવશે કે એમાં તે શી મોટી વાત છે? કોઈ પણ એક ઘડિયાળ લો—ધારો કે B ઉપરનું ઘડિયાળ. B ઉપરના ઘડિયાળને ઉઠાવીને A ઉપર લઈ જાઓ. અને પછી નજરે જોઈને ખાતરી કરી લો કે બંને ઘડિયાળો સરખો સમય આપે છે કે કેમ! પણ આમાં તો એક ઘડિયાળને "ઉઠાવીને લઈ જવાની" એટલે કે ગતિ આપવાની વાત આવી. પરંતુ ગતિનો ખ્યાલ તો સમયમાપનના ખ્યાલમાંથી પ્રાપ્ત કરવાનો છે અને એ ભિન્ન સ્થળોએ સમય માપવા માટે આપણને ગતિના ખ્યાલની જરૂર પડે છે! આ તો વર્તુળમાં ફરવા જેવું થયું.

એ જુદી જુદી જગ્યાએ રહેલાં ઘડિયાળોએ માપેલા સમયો સરખાવવા માટે આપણે અનેક રીતો વિચારી શકીએ; પરંતુ આ સઘળી રીતોમાં આપણે હમેશાં એકાદ ઘડિયાળને અથવા તો એકાદ અવલોકનકારને "ગતિ" આપીને એક જગ્યાએથી બીજી જગ્યાએ ખસેડવો પડશે. ગતિની વ્યાખ્યા આપવા માટે જુદે જુદે સ્થળે બનતી ઘટનાઓ વચ્ચેના સમયગાળા માપવા પડે છે અને જુદે જુદે સ્થળે બનતી ઘટનાઓ વચ્ચેના આવા સમયગાળા માપવા માટે ગતિની જરૂર પડે છે! આ વિષ-ચક્ર સમયમાપનના મૂળભૂત ખ્યાલમાં આવતું હોવાથી ન્યૂટોનીય ગતિશાસ્ત્રમાં તે પ્રસરેલું છે અને તેથી મા. મો. પ્રયોગનાં નકારાત્મક પરિણામની ચાવી આ વિષ-ચક્રમાં રહેલી છે એમ આઈન્સ્ટાઈનને જણાયું. આ વિષચક્ર ભેદવા માટે તેણે એક સરળ ઉપાય સૂચવ્યો: એ ભિન્ન સ્થળોએ ઘટતી ઘટના વચ્ચેના સમયગાળાના માપનને તર્ક-સુસંગત કરવા માટે આપણે એક પ્રમુખ કારકને પૂર્વનિશ્ચિત કરી લેવો જોઈએ. પ્રમુખ કારક (પ્ર. કા.)નો વેગ પણ નિશ્ચિત હોવો જોઈએ પ્ર. કા.ની ગતિ કરતાં બાકીની બધી ગતિ સ્થળ, કાળના ખ્યાલો ઉપરથી પ્રાપ્ય ગણાવી જોઈએ. આમ કરવાથી એ ભિન્ન જગ્યાએ રહેલાં ઘડિયાળો સરખાવવા માટે આપણે આ પ્રમુખ કારકનો ઉપયોગ કરી શકીશું અને સમયમાપન સુસંગત થઈ જશે.

પ્રમુખ કારકના આ વધારાના ખ્યાલનો ઉપયોગ કરીને આઈન્સ્ટાઈને તર્ક-સુસંગત ગતિગણિતની રચના કરી અને આ ગાતગણિતનો મા.મો. પ્રયોગના

સિદ્ધાન્તમાં ઉપયોગ કરતાં તેને જણાયું કે તેણે માની લીધેલો પ્રમુખકારક એ પ્રકાશ છે અને પ્ર.કા.નો પૂર્વનિશ્ચિત વેગ તે ઈથરમાં પ્રકાશનો વેગ c છે. આ હકીકત વધારે સ્પષ્ટતાથી સમજવા માટે આપણે આપણી આકૃતિ ૧ તરફ એક વાર ફરીથી નજર કરીશું. ત્યાં આપણે આ પ્રમાણે લખ્યું છે: "આકૃતિ ૧ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે $c = v + u$." સામાન્ય સમજની મદદથી આપણે આ સમીકરણ લખ્યું હતું,



આકૃતિ-૧

પરંતુ આઈન્સ્ટાઈનના તર્ક–સુસંગત ગતિશાસ્ત્રનો ઉપયોગ કરીશું તો તે આકૃતિ ઉપરથી આપણને નીચેનું સમીકરણ મળશે :

$$c = \frac{v+u}{1+\frac{uv}{c^2}}$$

આ સમીકરણ આકૃતિ ૧ ઉપરથી જરાય "સ્પષ્ટ" નથી થતું! જ્યારે આપણું સમીકરણ $c = v + u$ હતું ત્યારે તેમાંથી આપણે $u = c - v$ મેળવી લેતા હતા. એ જ પ્રમાણે હવે ઉપર લખેલું આઈન્સ્ટાઈનનું સમીકરણ છોડીને u ની કિંમત મેળવી લઈશું. પ્રશ્ન શાળાના બીજગણિતનો છે. પ્રશ્ન ઉકેલતાં જવાબ મળે છે $u=c$.

મા.મો. પ્રયોગનાં વિચિત્ર પરિણામ $v=0$ની વિચિત્રતા અહીં રહેલી છે. તર્કવિસંગત ન્યૂટોનીય ગતિગણિતથી આપણને $u = c - v$ એવું પરિણામ પ્રાપ્ત થયું હતું. પરંતુ તર્કસુસંગત ગણિત વાપરતાં ખરું પરિણામ તો $u=c$ આવવું જોઈએ. તર્કની દૃષ્ટિએ અધૂરા ન્યૂટોનીય ગતિગણિતની મદદથી મા.મો. પ્રયોગને સમજવા જતાં $v=0$ (સઘળા ગ્રહો સ્થિર છે!) એવું પરિણામ મળે તેમાં હવે કશી નવાઈ લાગે ખરી?

૮. સાપેક્ષતા :

મા.મો. પ્રયોગમાં પ્રતિબિમ્બિત થયેલી અવલોકનનાં સાધનોની વધેલી સૂક્ષ્મતાને કારણે સ્થળ, કાળ અને ગતિના ખ્યાલોનું પુનર્નિરીક્ષણ કરવાનો

એક વધુ પ્રસંગ પ્રાપ્ત થયો. સમયમાપનના પ્રચલિત ખ્યાલોની તર્કસુસંગતતા વિષે આઈન્સ્ટાઈને કરેલી ઊંડી તપાસમાં કેટલીક તિરાડો નજરે પડી અને તેથી આ ખ્યાલોને પુનઃવ્યાખ્યાયિત કરવાનો માર્ગ તેણે લીધો. આ રીતે તેણે ગતિગણિતની પુનર્રચના કરી અને તેમાંથી અનેક નવાં પરિણામો તારવ્યાં. તેણે સાબિત કર્યું કે ગતિદિશામાં હાથાની લંબાઈ ટૂંકી થઈ જાય છે એમ માનવામાં લોરેન્ટ્ઝ સત્ય માર્ગે હતો. પોતાના તર્કસુસંગત ગતિગણિતની મદદથી આઈન્સ્ટાઈને નીચેનાં પરિણામો તારવ્યાં :

(૧) પદાર્થની લંબાઈ નિરપેક્ષ નથી, પરંતુ આ લંબાઈ માપનાર અવલોકનકારની ગતિ ઉપર આધાર રાખે છે.

(૨) બે ઘટનાઓ વચ્ચેનો સમયગાળો પણ સાપેક્ષ છે અને તે માપનાર અવલોકનકારની ગતિ ઉપર આધાર રાખે છે.

આઈન્સ્ટાઈન તો આથી પણ ઘણો આગળ નીકળી ગયો અને હવે વિખ્યાત થયેલું તેનું સમીકરણ $E = mc^2$ તેણે આ ગતિગણિતમાંથી તારવ્યું. આ લેખમાં સ્થળ અને કાળ વિષે જ ચર્ચા કરવાની મર્યાદા સ્વીકારી હોવાથી તેનો માત્ર ઉલ્લેખ કરીને અટકીશું.

પ્રયોગનાં સાધનોમાં થયેલી પ્રગતિને પરિણામે સિદ્ધાન્તોના મૂળમાં શોધન કરવાની આવશ્યકતા ઊભી થઈ. આ શોધન અને મન્થનને પરિણામે કેટલાંક એવાં ફળો પ્રાપ્ત થયાં જેને ચકાસવા માટે નવા પ્રયોગોના આયોજનની જરૂરત ઊભી થઈ. આને લીધે છેવટે પ્રયોગસાધનોની સૂક્ષ્મતા વધશે અને આમ વિજ્ઞાનની વણઝાર ચાલતી રહેશે.

કિંમત ૦-૨૫ પૈસા

ગુજરાત પ્રિન્ટરી, મહેસાણા