

Sonderdruck
aus „*Physikalische Zeitschrift*“, 39. Jahrg., 1938, Heft 5, S. 187—189
Verlag von S. Hirzel, Leipzig C I
Printed in Germany

Bemerkungen zur „Ringstruktur des Elektrons“

Von B. S. Madhava Rao.

J. Stark hat kürzlich eine Arbeit veröffentlicht¹⁾, in der er aus der Vorstellung (die von ihm schon 1907 vorgeschlagen wurde), daß das Elektron eine achsiale Struktur habe und die Form eines Ringes besitzt, in dem die Ladung sich ohne Widerstand bewegen kann, Folgerungen zieht. Er wendet dies Modell auf die Frage der Supraleitung an und diskutiert die Resultate neuer Experimente, die er zusammen mit K. Steiner ausgeführt hat²⁾, von diesem Standpunkt aus. Am Ende seiner Arbeit schlägt er eine mathematische Behandlung dieses Problems mit Hilfe der klassischen Gleichungen der Dynamik und der Maxwell'schen Theorie des Elektromagnetismus vor, unter Verwerfung der Anwendung von Quantenbedingungen.

Anscheinend hat Stark übersehen, daß ich eine derartige Untersuchung über das Ringelektron durchgeführt habe³⁾. Im Hinblick auf deren Resultate glaube ich, einige Bemerkungen zu Starks Vorschlägen machen zu müssen.

Es ist bekannt, daß die Anwendung der Maxwell'schen Elektrodynamik in Verbindung mit der klassischen Mechanik auf das Ringelektron zu den gleichen Schwierigkeiten führt wie im Falle des kugelförmigen Elektrons. Wenn der Strom auf eine mathematische Kreislinie beschränkt ist (entsprechend der Punktladung des klassischen Elektrons), werden Energie, Drall und magnetisches Moment unendlich. Um dies zu vermeiden, muß man eine „innere Struktur“ annehmen und Anziehungskräfte nicht elektromagnetischen Ursprungs einführen. Man müßte dabei reichlich willkürliche Annahmen machen; wenn man diese zur Berechnung der Masse benutzt, führen sie zu den gleichen Widersprüchen wie bei der sphärischen Symmetrie. Man könnte alle diese Schwierigkeiten zusammenfassen in der Aussage, daß eine solche Theorie der Relativitäts-

theorie nicht Rechnung trägt. Da aber Stark nicht an die Relativitätstheorie glaubt, ist es wohl besser, die Schwierigkeiten in der folgenden Weise zu formulieren, gegen die auch der strengste Anhänger der klassischen Theorie nichts einwenden könnte: Wenn man die Gesamtenergie E und den Gesamt-Impuls P berechnet, findet man in erster Näherung

$$E = \frac{m_1 v^2}{2}; \quad P = m_2 v,$$

wo v die Geschwindigkeit bedeutet. Hierbei kommen die zwei Massen m_1 und m_2 verschieden heraus (durch numerische Faktoren, die von der Struktur abhängen). Das muß man natürlich ablehnen.

Der einzige Weg, diese Schwierigkeiten zu umgehen, scheint mir die Benutzung der modifizierten elektromagnetischen Feldgleichungen zu sein, wie sie Born¹⁾ vorgeschlagen hat. Heitler²⁾ bemerkt daß ohne Zweifel diese neue Elektrodynamik eine schöne Lösung des alten klassischen Problems der Struktur und der trägen Masse des Elektrons gibt, die vergeblich von Abraham, Poincaré und anderen in Angriff genommen worden war. Die Feldgleichungen dieser Theorie sind formal identisch mit den Maxwell-Gleichungen für eine Substanz, in der die Feldvektoren \mathfrak{D} , \mathfrak{B} nichtlineare Funktionen von \mathfrak{E} und \mathfrak{H} sind; die Abweichungen von der Linearität entsprechen der Annahme von Anziehungskräften, führen aber, da sie relativistisch invariant sind, zum gleichen Massenfaktor, d. h.

$$E = \frac{mv^2}{2}; \quad P = mv.$$

Ich habe diese Theorie auf den Fall des Ringelektrons angewandt. Eigentlich sollte die Untersuchung, die ich auf Anregung von Born ausführte, prüfen, ob es nicht möglich wäre, durch ein solches Modell die große Masse des Protons zu verstehen. Es kann indessen leicht auch genau so gut als Modell für das Elektron verwandt werden. Die Berechnungen können mit guter Ge-

1) J. Stark, *Physik. Zeitschr.* **38**, 269, 1937.
2) J. Stark und H. Steiner, *Physik. Zeitschr.* **38**, 277, 1937.
3) B. S. Madhava Rao, *Proc. Ind. Acad. Sci. (A)* **4**, 355, 1936.

1) *Proc. Roy. Soc. (A)* **143**, 410, 1934; **144**, 425, 1934; **147**, 522, 1934; **150**, 141, 1935. *Proc. Ind. Acad. Sci. (A)* **3**, 8, 1936; **3**, 85, 1936.
2) *Quantum Theory of radiation* (Oxford, Clarendon Press, 1936), S. 242.

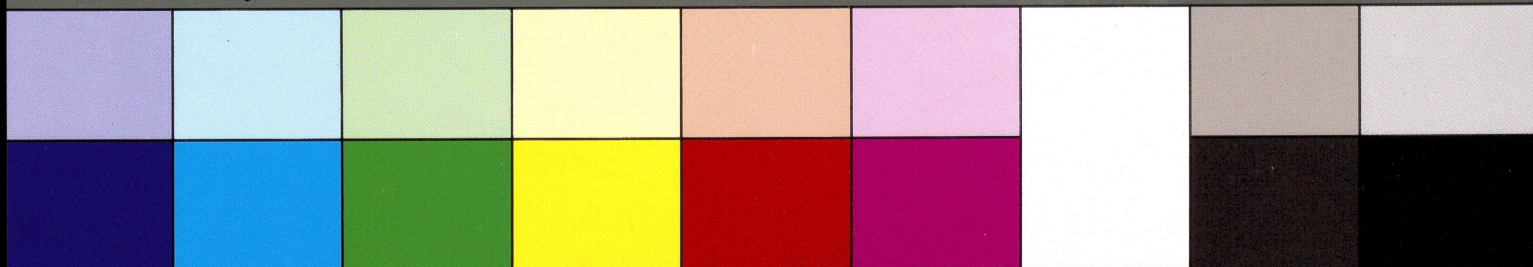
Inches 1 2 3 4 5 6 7 8

Centimetres 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

TIFFEN Color Control Patches

© The Tiffen Company, 2007

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



nauigkeit ausgeführt werden und liefern das folgende Resultat:

$$\text{Energie } E = \frac{4e^2}{a} \log \left(\frac{16a}{r_1} \right) \quad (1)$$

$$\text{Drall } M = \frac{4e^2 \cdot v}{c^2} \log \left(\frac{16a}{r_1} \right) \quad (2)$$

$$\text{magnetisches Moment } m = \frac{a \cdot e \cdot v}{2c} \quad (3)$$

Hier ist e die Gesamtladung, homogen auf einen Kreis verteilt (der eine singuläre Kurve für das Feld darstellt); v ist die Geschwindigkeit, mit der der Kreis auf sich selbst rotiert, c die Lichtgeschwindigkeit, a der Radius des Kreises und r_1 eine Länge, die gegeben ist durch

$$r_1 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{e}{\pi \cdot a \cdot b}, \quad (4)$$

wo b das „absolute Feld“ ist, das für die nichtlineare Elektrodynamik charakteristisch ist. Es ist mit dem Radius r_0 und der Masse μ_0 der Punktladung e (kugelsymmetrisches Feld) verknüpft durch die Beziehungen

$$b = \frac{e}{r_0^2} \quad \text{und} \quad \mu_0 c^2 = 1,236 \frac{e^2}{r_0} \quad (5)$$

Diese Formeln sind mit Hilfe einer speziellen nichtlinearen Feldtheorie abgeleitet worden, wie sie Born in seiner ersten Arbeit gegeben hat; aber es ist praktisch sicher, daß sie unabhängig von allen speziellen Annahmen sind. Ich darf wohl behaupten, daß sie die Lösung des Starkschen Problems darstellen.

Jetzt ist die Frage, stellen diese Formeln die wohlbekannten Eigenschaften des Elektrons in richtiger Weise dar? Wir bilden den Quotienten

$$\frac{\text{Energie}}{\text{Drall}} = \frac{E}{M} = \frac{c^2}{a \cdot v} = \frac{e \cdot c}{2m} \quad (6)$$

unter Benutzung von Gleichung (3). Damit ergibt sich das Verhältnis

$$\frac{\text{magnetisches Moment}}{\text{Drall}} = \frac{m}{M} = \frac{e \cdot c}{2E} = \frac{e}{2\mu c}; \quad (7)$$

wobei die elektromagnetische Masse μ des Ringes durch die Beziehung

$$\text{Masse} = \mu = \frac{E}{c^2} \quad (8)$$

gegeben ist. Formel (7) zeigt, daß das Verhältnis magnetisches Moment zu Drall dasselbe ist wie für die Bahnbewegung eines Punktelektrons um einen Kern. Das steht in Widerspruch zu den Ergebnissen der Spektroskopie und anderer Methoden, z. B. dem Stern-Gerlach-Versuch, die zum doppelten Wert führten, d. h. $\frac{m}{M} = \frac{e}{\mu c}$.

Wollte man das letztere Ergebnis anzweifeln, so müßte man die geschlossene Erklärung eines ungeheuren Erfahrungsmaterials, das die Beobachtungen von Spektren, Multipletts, Zeeman-Effekten usw. beigebracht haben, verwerfen. Es dürfte deshalb klar sein, daß die klassische Behandlung des ringförmigen Elektrons, wie Stark sie vorschlägt, selbst bei der größtmöglichen Verallgemeinerung der Maxwell'schen Gleichungen zu unmöglichen Resultaten führt, auf keinen Fall ist Starks Modell ein „Ersatz“ für das spinnende Elektron der Quantenmechanik.

Auf die Frage, ob ein Ringmodell das Proton darstellen kann, habe ich in meiner Arbeit antworten können, daß unter geeigneten Annahmen (v ungefähr gleich c , $1 - \frac{v^2}{c^2} \sim 10^{-29}$, und $a = \frac{r_0}{17}$) für das Massenverhältnis $\frac{\mu}{\mu_0}$ der Ringladung (Proton) und der Punktladung (Elektron) der richtige Wert 1840 herauskommt und gleichzeitig für den Drall der Wert $\frac{h}{2\pi}$.

Aber hier ergibt sich wieder die Schwierigkeit, daß der Ring in dieser Lage nicht im stabilen Gleichgewicht ist¹⁾. Deshalb erscheint das Ringmodell auch für das Proton nicht als brauchbare Darstellung.

Das wesentliche Ziel meiner sehr langwierigen Rechnungen war, nachzuprüfen, wieweit man durch rein klassische Behandlung mit einem Ringmodell für das Elektron kommen konnte, wenn man die weitreichenden Methoden der Born'schen Elektrodynamik zu Hilfe nimmt. Während man für die Energie und den Drall endliche Werte erhält, kommt keine richtige Erklärung für den Spin heraus. Man wird schließlich zu dem Schluß gezwungen, daß nur Quantenmethoden für den Spin die richtige Erklärung ergeben. Auf keinen Fall teile ich Starks Begeisterung für eine rein klassische Behandlung des Ringelektrons.

1) Vgl. in B. S. Madhava Rao, Proc. Ind. Acad. Sci. (A) 4, 355, 1936 die Fußnote auf S. 375.

Bangalore, University of Mysore.

(Eingegangen 8. Juni 1937)

