

(1) సంఖ్యాబాలన పాదగళు.

(2) అంక మక్ర బలజ గణిత గళు గోరడ.

(3) బద్ధ రూమలనీ మల్లె గద ప్రసంగ గళు.

(4) కట్ట శండు ఉడియ పశాపత్రయ.

(5) వితత్ర గుణ లభ్య.

(6) వేంక నేర్చి సంఖ్య గళు.

(7) దట మారి సంఖ్య గళు.

(8) ముద్రా రాషున.

(9) అన్న భిన్న రాశి గళు.

(10) సంఖ్య గోలపు గళు.

(11) గణిత ప్ర విజ్ఞాన మోల కలయోల - గణిత కళు రుయారు - రామానజం.

$$\begin{aligned} (10) \quad 1 \times 8 + 1 &= 9 \\ 12 \times 8 + 2 &= 98 \\ 123 \times 8 + 3 &= 987 \\ 1234 \times 8 + 4 &= 9876 \end{aligned}$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321.$$

$$\begin{aligned} 9 \times 9 + 7 &= 88 \\ 9 \times 98 + 6 &= 888 \\ 9 \times 987 + 5 &= 8888 \\ 9 \times 9876 + 4 &= 88888 \end{aligned}$$

$$9 \times 987654321 + 1 = 888888888$$

$$9 \times 98765432 + 0 = 888888888$$

$$9 \times 987654321 - 1 = 8888888888.$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$11111111 \times 11111111 = 12345678987654321.$$

$$(11) \quad 1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3.$$

$$(i) (x+6)^2 - x^2 = 12x + 36$$

$$(ii) 2\{(x+5)^2 + x^2\} = (2x+5)^2 + 25$$

$$(iii) y - \{y + (9a-x) - 9a\} = x$$

$$(iv) 1001 = 7 \times 11 \times 13$$

$$(2) a^2 + 2ab + b^2 \text{ \& } a^2 + 3ab + b^2$$

$$(3) \frac{a^2 - b^2}{a - b}; \frac{x-2}{y-3} = \frac{5}{6}, \frac{x-3}{y-2} = \frac{4}{7}$$

$$(4) a = b, ab - b^2 = a^2 - b^2; b(a-b) = (a+b)(a-b); b = a+b = 2b, \therefore 1 = 2$$

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots, S = (1-1) + (1-1) + \dots = 0$$

$$S = 1 - (1-1) - (1-1) - \dots = 1 \therefore 0 = 1$$

$$(5) 8, 589, 934, 592 \times 116, 415, 321, 826, 934, 814, 453, 125$$

$$= 1,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000$$

$$(6) 153 = 1^3 + 5^3 + 3^3; 371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$$

$$1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4; 3435 = 3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 \text{ (68 నికల)}$$

$$54748 = 5^5 + 4^5 + 7^5 + 4^5 + 8^5$$

$$4,679,307,774 = 4^{10} + 6^{10} + \dots + 7^{10} + 4^{10} \text{ (వంశ సుందర, వంశ వ్య)}$$

$$3269 = 1233 = 12^2 + 33^2; 3869 = 62^2 + 05^2; 6205 = 38^2 + 69^2 \text{ (వెగల)}$$

$$4913 = (4+9+1+3)^3$$

$$(7) 954 - 459 = 495$$

$$7641 - 1467 = 6174, 5823 - 3285 = 2538, 2961 - 1692 = 1269$$

$$17641, 58923, 69723, 96732 \text{ - సంఖ్యలకి లపంకం.}$$

$$(8) 2^5 9^2 = 2592; 2 \cdot \frac{25}{31} = 25 \frac{25}{31}; 73 \cdot 9 \cdot 42 = 7 \cdot 3942 \text{ (వంశ వ్య)}$$

$$(9) \frac{16}{64}, \frac{26}{65}, \frac{19}{95}, \frac{49}{98}; \frac{591}{985}, \frac{386}{965}; \frac{2734}{6835}, \frac{13468}{23569}; \frac{253605352}{352605253}$$

$$\left[ \frac{591}{985} = \frac{51}{85} = \frac{3}{5}, \frac{386}{965} = \frac{38}{95} = \frac{2}{5}, \frac{2734}{6835} = \frac{274}{685} = \frac{2}{5}; \frac{13468}{23569} = \frac{4 \times 11 \times 7 \times 43}{4 \times 11 \times 44 \times 13} = \frac{7}{44} = \frac{14}{88} \right]$$

$$\frac{13468}{23569} = \frac{148}{259}, \text{ L.H.S} = \frac{148 \times 91}{259 \times 91}; \frac{253605352}{352605253} = \frac{253352}{352253}$$

$$\text{L.H.S} = \frac{11 \times 1001 \times 8 \times 2879}{11 \times 1001 \times 32023}; \text{R.H.S} = \frac{11 \times 8 \times 2879}{11 \times 32023}$$

'Number Universes' అధివా "సంఖ్య వ్యూహిత్ర" గణిత విషయ వా A కేలవు సులభవాద అదావకలో గళన్న  
 కేలదపోలేందులద్యేన నీద్యేనే. నాను మీదలు సంఖ్య వ్యూహిత్రయ ద విషయవా A మూతనావ బోంఁదిద్యే.  
 ఆరలే అదు అచ్చవ పరిణ వాద సమస్తే. యాకేందరి 8,9,10 న్నే కరకతియ విద్యా డ్రి గళగీ గలేకర  
 నీ ల్లావ గళన్న ప్రతివొదిసి కళసి జేలువుదు సులభనాద్య పల్ల. కాగేనాదమానాను ప్రయత్న ప్పెచ్చల్లి  
 నిమల్ల గోరక 99 రఘు విద్యా డ్రి గళగీ నద్రీ బరలకుదు అధివా నాను బూడిడిన కడే కిరు గి. అదిదు  
 పునక. ఈ కడే కిరు గువ జోక్య గీ ఈ ప జాంగలవు బాలయూ A ర బదుదు! ఇరకాక వాను దాగే  
 జేలువుదకంర మకక గళియ విద్యా డ్రి గళగీ అవ మాన మా డి వ దాగల్ల. ~~నాను దాగే~~ ఈ గళక  
 ద అనాధార లావ్యే గ డ్యే వ్యే శాకణ. గళక వ అనేక నీ ద్యేలక గళన్న బిరియవుదు సులభ అదలి అదన్న  
 విగదికళిసె అదు సరియో అధివా క డ్యే లిండు నిర్దేశి సువుదు అనేక నల అచ్చవ క్షే డ్యే వ్రా  
 అధివా అనా వ్యవస్థ గిరు క్కడే. An English saying says "Even the biggest fool can state a  
 theorem in the theory of Numbers, but the greatest mathematicians may not be able to  
 prove it in any other way". ఇవర్షే అవమే అరకు అదా జాకలో గళన్న కేలదు క్రేనే

(i)  $1000$  వుదాదరం <sup>(వేదక)</sup> సరళ సంఖ్యయిరల.  $10$  గింక కడిమి యిరువు అవి భాజ్య న ప్రదాన్య)  
 సంఖ్య గళా విషయ? ఇదు కండు ఉడియవు దర్షే వనాదరం సుక్ర విజేయో?  
 బక్తర:  $2$  ల్లి <sup>(వేదక)</sup> కరవ బృత గళ కల్ల రా మాను బ వే ఈ ప్రశ్న గ జే డ్యే కడిమి సరియవ  
 అక్కడ వన్ను దుదు గ నా గిరు వా గిలో కండు ఉడిదిచ్చ.

(ii)  $x, y, z$  లుండు లంబ కేలవ క్షేత్ర వేలద ~~అదా~~ గళా గద్యే డ్యే డ్యే గరన్ సీ డ్యే కడ ప్రవార  
 $x^2 + y^2 = z^2$  విషయ  $z$  వికలాంబా దుమారు క్కడే. ఇదన్ను క్రేపద వర్ణ సమీకరణ వేండు భావనీవక  
 ఈ సమీకరణ వన్ను బడి సువ ~~అదా~~ <sup>(వేదక)</sup> మూరు సరళ సంఖ్య గళగీ "వ్యే భాగో దాన్  
 క్రయ" వేండు, ఈ సమీకరణిచ్చ "క్రేయో డ్యేంట్ సమీకరణ" వేండు కళయ క్రా లిండ్ల  
 క్రయ గళిండ్లు అవంక వా గి వే <sup>(వేదక)</sup>  $10$  గళగీ  $7$  నే భాగ, వే  $204$ .

అదరే ఇండ్ల క్రేపద వేవ సమీకరణ  $x^3 + y^3 = z^3$  వన్ను సరళ సంఖ్యయి క్రయ గళం  
 బడి సువు దర్షే గు క్కడేయో? దాగే  $x^4 + y^4 = z^4$  -  $x^n + y^n = z^n$  ఇన్వ గళన్న బడి ప బదుదీ  
 బక్తర: నెక వేల  $2$  ల్లి వేల  $2$  దు నర గీ <sup>(వేదక)</sup> జేలు నాద్య రా గ లల్ల. ఇదర్షే ఘ మూర్ణ కడేయ  
 నీ డ్యే వ వేండు కళయ క్రా రే.

ఇండ్ల కళిల వాద సమస్తే గళన్న లిట్లు సులభ వా A అధి వానువ (అదరే సంఖ్య లాను  
 ద పురం నిక వా గి యు కిర గళల్ల) కేలవు వ్యే డి క్ర వే గళన్న కే గి దు కేల గళిల.

(1) వ్యకే రిక్త - వ్యవకలన దర్షే సంఖ్య గళా. (వేదక) ~~అదా~~ - ఈ డ మారి సంఖ్య గళా.  
 వా గి అక డ్యే సంఖ్యయి న్ను కళోదరే వా ల్లా ర వా A అదో లంక గళుళ్ళ సంఖ్య గి సువు నిల్ల. అదరే ఇండ్ల  
 సంఖ్యయి డ్యే అదన్ను దా డ మారి సంఖ్యయిండు కళేయ బదుదు. అదా ద రణి:  $954 - 459 = 495$   
 $954 - 459 = 495$ . మూరు లంక గళుళ్ళ ఇండ్ల సంఖ్య ఇదా డ్యే, ముప్పు అనేక వర్ణ గళం ద ఇదు  
 కళిద విషయ వా గి దే. మూర క్కేంక జాన్మి లంక గళయి వ దా మారి సంఖ్య గళ దు డ పువం - అదా ద రణి గళా.  
 $5823, 7641, 2961 - 76941, 58923, 69123, 96732$  - కంఖ్య ల్లి అవయోగ - క ప్రేకర  
 సంఖ్య - ~~అదా~~

(2) విల్లిన్న భన్న రాంక గళా - ఒండు అన్న దా గి యు న్ను <sup>(వేదక)</sup> రంప క్కే కలువు దర్షే లంక వన్ను ఘోర వన్ను  
 అవ వ కేరి సె అను గళ ర ద రల్లు <sup>(వేదక)</sup> అదా వే వ కేరి న గళన్న దు వే దు దా డ పువుదు  
 వేం మూర్ణ దర్షే గు డ్లి యల్ల రుచ ప వ్య కి. అదరే అప వ కేరి సేదే లంక వే ద గళ ర ద రల్లు డ్యే



(8) సంఖ్యలను కలిపేయవ శాస్త్రము

శకలోపదల కష్టము మానువుదు ముఖ్య. అదే యావ నే జ్ఞేయ ల్ల కష్ట గవ ఎందు కందు కి దిదు వు దు అ నోర వోళో శష్ట వాగు కుదో.

బదానరణ: (i)  $a = b$  అదే  $b = a, ab = a^2, ab - b^2 = a^2 - b^2, b(a-b) = (a+b)(a-b)$   
 $\therefore b = a + b \text{ (ii) } b = 2b \therefore 1 = 2.$

(ii)  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$   
 ~~$\sqrt{1} \times \sqrt{-1} = \sqrt{(1)(-1)} = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = \sqrt{(-1) \times (-1)}$   
 $(-1)^2 = \sqrt{1} \times \sqrt{1} = \sqrt{1} \times \sqrt{1} = \sqrt{1 \times 1} = \sqrt{1} = 1$~~

(iii)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  సమాను భావనల  $ad = bc$ . ముఖ్య  $a > b$  అదే  $c > d$  అను కుదో.

$a = 1, b = 1$  అను కుదో, ముఖ్య  $b = c = -1$ . కేరీ దు కు ష్య. అన  $ad \neq bc$  ముఖ్య  $a > b$ .

$\frac{1}{-1} = -1$

$\therefore c > d$  అదే  $-1 > 1$ .  $S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$   
 $S = (1-1) + (1-1) + \dots = 0$   
 $S = 1 - (1-1) - (1-1) - \dots = 1 \therefore 1 = 0$

(9) సంఖ్యల గుణక గణన

(i)

	=	11 x 11	=	121
x			=	12321
x			=	1234321
x			=	123456787654321
x			=	12345678987654321

(ii)

$1 \times 8 + 1 = 9$   
 $12 \times 8 + 2 = 98$   
 $123 \times 8 + 3 = 987$   
 $1234 \times 8 + 4 = 9876.$

$123456789 \times 8 + 9 = 987654321.$

(iii)

$9 \times 9 + 7 = 88$   
 $9 \times 98 + 6 = 888$   
 $9 \times 987 + 5 = 8888$   
 $9 \times 9876 + 4 = 88888$   
 $9 \times 9876543 + 1 = 88888888$   
 $9 \times 987654321 + 0 = 888888888$   
 $9 \times 987654321 - 1 = 8888888888.$

ఈ పాఠమును చదివిన వారు గుణక గణనను సులభముగా చేయవచ్చును. సంఖ్యల గుణక గణనలను జాప్యముగా చదివిన వారు గుణక గణనను సులభముగా చేయవచ్చును. సంఖ్యల గుణక గణనలను చదివిన వారు గుణక గణనను సులభముగా చేయవచ్చును.

(10) సంఖ్య బాలన పవాద గలు.

మూయూ చిట్టే, 20 క్ర జల ముక్కు మోడి ఇవ్వ నల్ల గణిత కర స డాయ రిండు మాడ బ  
 గురు. అడకే ఈ చిట్టే గళ గుట్టె న్న ఇ న్నీ బ్ల గి సులభ వా గి కేళయ జేళ బ గుడు. 2 ఛ్టే 2 వ  
 ఛ్టే బాం ప వాడ గళ గు ఇ రు వ డ్డు త్తా స.

బ దా క రణే గళు :-

(i) 1001 ర మోడి.

(ii) ఒండు కె గ వ క చు గ రి న మోల 100 వ 500 బళ గి రు వ సంఖ్య యు న్ను సులభ వా బ కే దు  
 క కె గ వ చు గ రు న్ను ముడి తి సంఖ్య బాల అ ద న్ను అ వ న న్నే డు క న గి బ సంఖ్య యు న్ను నో గ వ వే బో ల  
 న ల్ల ణు మోళు తు జేళు త్తా నే. అ వ న గి 2 న్నీం దు కె గ వ వ న్న కే గ ల్లు అ ద క మోల 500 వ 1000  
 యా వ వాడ గు | ఒళ గ గు వ సంఖ్య యు న్ను యాం గు కే తి వ డే ల కే యు వు క ర్చే వేళు త్తా నే. క సంఖ్య గి సంఖ్య బాల  
 కే దు 2 న్నీం దు సంఖ్య గి నే తి వే మో క ర్చే ద ల్ల వ మో ల నో లం క యు న్ను జాడ ము డాం అ డ్ల లం క యు న్ను మో క ర్చే ద ల్ల  
 తో డ ము డాం వ మోల బళ వ సంఖ్య గి నే తి స లు జేళు త్తా నే. కే గి బం వ సంఖ్య యు న్ను న్నే డు క ను క గ వ  
 ద ల్ల బ వే ద సంఖ్య యు న్ను యిం ద కేళ యు లు జేళు త్తా నే. కేళ దు లం ద తు మో నే సంఖ్య యు న్ను జే బ గ  
 ల్ల ము డ తే క్ష సంఖ్య యు జో కే గి తో డ సి నో డ డ ల బం డే అ గి రు వే 1.

$$[x = \text{జే బ వ సంఖ్య}, y = \text{కె గ వ కే ల బ వే ద సంఖ్య}, \text{సంఖ్య బాల కే దు వ సంఖ్య} = 99 - x \\ y - \{ (y + 99 - x) - 99 \} = x]$$

(iii) సంఖ్య బాల జేళు త్తా నే:

(1) ఏ క దు లం క గ యా వ వే సంఖ్య యు న్ను కే గ దు మోళు, (2) అ ద వ్చే 6 నే తి వే 2 న్నీం దు సంఖ్య యు న్ను  
 ప తో యు, (3) కే వ ర దు సంఖ్య యు గళ వ గ వ న్న కే గ దు కేం దు బ వ గ వ న్న వ్చ త్తా వ వ న్న  
 వ గ కే తి ణి.

[సంఖ్య బాల మో కు వు దు - వు త్తా వ న్ను 1200 వ బా గి సి, బా క ల బ్బ తిం క 3 న్ను కేళ యు త్తా నే.

$$(x+6)^2 - x^2 = (2x+6)6 = 12x+36 \\ \frac{12x+36}{12} - 3 = x+3+3-3 = x]$$

(iv) యా వ వాడ గు సంఖ్య యు న్ను కే గ రు మోళు (300 వ 100 బళ గి) (300) (అ అ ద వ్చే 5 నే తి వే 2 న్నీం దు  
 మో క ర్చే ద సంఖ్య యు న్ను అ క యి తి అ కే వ ర దు సంఖ్య గళ వ గ వ న్న కే గ దు కేం దు బ వ గ వ న్న వ్చ త్తా వ వ న్న  
 200 వ గు నే తే గు ల ల వ్చ వ న్ను జేళు.

$$[4x^2 + (x+5)^2 = (2x^2 + 10x + 25)2 = 4x^2 + 20x + 50 = (2x+5)^2 + 25 \\ \text{సంఖ్య బాల మో కు వు దు :- కేం గి య గు ల ల బ్బ ద ల్ల 25 కేళ దు, బా గ వ సంఖ్య యు వ గ వ మో ల} \\ \text{వ న్ను కే గ రు కేం దు అ ద ల్ల 5 కేళ దు, 200 వ బా గ సు త్తా నే}]$$

(ii) గణిత మో క ల వ్చే, శాస్త్ర వల్ల - గణిత వల్ల గు త్తా మో? - యా మో గుం బ దా క రణే -

$$1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$$

$\begin{array}{r} 144 \times 12 \\ 1728 \\ \hline -1729 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1000 \\ 729 \\ \hline 1729 \end{array}$
--	---



- (37) రేఖాంశం - Ratio; సమసంబంధం - Proportion.
- (38) చలన సంఖ్య; అచలన సంఖ్య - Variables; Constants
- (39) ఆపరిమిత చలన సంఖ్య; ఆపరిమిత చలన సంఖ్య - Dependent & Ind. Variables

- (40) అనుబంధ చలన సంఖ్య - Direct Variation
- (41) విచలన చలన సంఖ్య - Inverse Variation (42) రేఖాంశం - Cross multiplication

Summary Lecture.

- (1) Decimal notation (Hindu) Cf. Roman numerals (Mention 19-1=20) - Big numbers denoted by  $10^n$ , Google etc. - Valmiki's Ramayana (C.U.S) -  $9^9$  (Distance between stars & galaxies).
- (2) Binary notation - use in computers - Calculating protocols - Algebra subtraction in binary.
- (3) Algebra cancellations
- (4) Printer's Errors.
- (5) Narcissus numbers.
- (6) Number pyramids -  $2^{33} \times 5^{33} = 10^{33}$ .
- (7) Mathematics
- (8) Hinduism -  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$  &  $a^2 + 3ab + b^2$ .

- (42) రేఖాంశం - Construction
- (43) వ్యాసార్థం, వ్యాసం - Diameter, Radius  $OC = \frac{1}{2} CD = \text{Radius}$
- (44) వైశాల్యం - Area
- (45) సంబంధం - Similarity
- (46) చతురస్రం - Rectangle
- (47) లంబాక్షర చతురస్రం -  $\perp$  bisector
- (48) గుంపు, సమితి - Group, Set
- (49) అపరాసన సంఖ్య - Rational number
- (50) సరళ భిన్నం - Simple fraction ( $\frac{a}{b}$ ,  $a < b$ ) & భిన్న భిన్నం ( $\frac{a}{b}$ ,  $a > b$ )
- (51) సంకీర్ణ భిన్నం - Complex fraction ( $3\frac{1}{5}$ )
- (52) భాగ్య భాగం - Dividend, Divisor, భాగ్య భాగం - Quotient
- (53) విచలన రేఖాంశం - Inverse ratio
- (54) శుద్ధ, అశుద్ధ - Simple, Complex
- (55) వికలంబం నియమం - Commutative law
- (56) సంబంధక నియమం - Associative law
- (57) ఘాతం - Next Power of digit
- (58) పర్యవర్తి - Reciprocal
- (59) ధన, ఋణ సంఖ్య -  $+ve$ ,  $-ve$  numbers
- (60) అసంఖ్య సంఖ్య - 0.41.
- (61) కవచ సంఖ్య - అల్ప కవచం, ప్రత్యేక కవచం, అధిక కవచం, కేంద్ర కవచం -  $( )$ ,  $\{ \}$ ,  $[ ]$ , - (bracket)
- (62) పుష్కల సంఖ్య - Transposition
- (63) శ్రేణు సంఖ్య - Consecutive numbers
- (64) సాధనం - Prove



$$2n^2 + 2n + 1, 2n^2 + 2n, 2n + 1.$$

~~4n^2 + 4n~~

$$4n^2(n+1)^2 + (2n+1)^2$$

$$4n^2(n^2 + 2n + 1) + (4n^2 + 4n + 1)$$

$$4n^4 + 8n^3 + 8n^2 + 4n + 1$$

$$4n^4 + 8n^3 + 8n^2 + 4n + 1$$

$$\frac{2 \times 1367}{5 \times 1367} = \frac{2}{5}, \frac{274}{685} = \frac{2 \times 137}{5 \times 157}$$

$$\frac{13244}{83248}$$

$$= \frac{4 \times 3311}{4 \times 20812} = \frac{4 \times 11 \times 301}{4 \times 11 \times 1892} = \frac{4 \times 11 \times 7 \times 43}{4 \times 11 \times 44 \times 43}$$

$$\frac{14}{85} = \frac{1}{61}$$

$$6x - 12 = 5y - 15, 6x - 5y = -3$$

98

$$7x - 21 = 4y - 8, 7x - 4y = 13$$

10

$$24x - 20y = -12$$

$$5y = 42 + 3 = 45$$

$$35x - 20y = 65$$

$$11x = 77, x = 7, y = 9$$

99

39

$$\frac{99}{50}$$

99

$$(25)$$

$$\frac{39}{93}$$

$$\frac{51}{101}$$

$$\frac{51}{49}$$

$$14 + 6 = 20$$

$$20^2 - 14^2 = 34 \times 6, \frac{34 \times 6}{12} = 17 - 3 = 14$$

$$48^2 - 42^2 = 90 \times 6, 45 - 3 = 42$$

$$7 + 5 = 12$$

12

$$7^2 + 12^2 = 49 + 144 = 193 \times 2 = 386$$

$$\frac{386}{25} = 361$$

$$19 - 5 = 14/2 = 7$$

# Number Curiosities

## (1) Illegal Cancellations:

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}; \quad \frac{26}{65} = \frac{2}{5}; \quad \frac{19}{95} = \frac{1}{5}; \quad \frac{49}{98} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{143185}{1701856} = \frac{1435}{17056}$$

## (2) Printer's Errors:

$$2^5 9^2 = 2592$$
$$2^5 \cdot \frac{25}{31} = 25 \frac{25}{31}; \quad 21^2 \cdot 4 \frac{9}{11} = 2124 \frac{9}{11}$$

$$73 \cdot 9 \cdot 42 = 7 \cdot 3942$$

## (3) An Odd Curio:

$$8,589,934,592 \times 116,415,321,826,934,814,453,125$$
$$= 1,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000.$$

(4) Prime Prime Numbers: Biggest known is 73939133.

## (5) Automorphic Numbers:

$$5^2 = 25, \quad 76^2 = 5776, \quad 625^2 = 390625$$

Two 100-digit Nos.

$$3953007 \dots \dots \dots 212890625$$

$$6046992 \dots \dots \dots 787109376$$

(6) Magic Squares:

96	11	89	68
88	69	91	16
61	86	18	99
19	98	66	81

(i)

2	23	25	7	8
4	16	9	14	22
21	11	13	15	5
20	12	17	10	6
18	3	1	19	24

(ii)

36	43	48	47	
49	46	37	42	
39	40	51	44	
50	45	38	41	
16	22	28	34	74
33	73	20	21	27
25	26	32	72	19
71	18	24	30	31
29	35	70	17	23

(iii)

(7) Repunit primes:

11 ; 1,111,111,111,111,111,111,111, and 11,111,111,111,111,111,111,111.

(8) Palindromic numbers:

$$\begin{aligned}11^2 &= 121 \\111^2 &= 12321 \\1111^2 &= 1234321 \\11111^2 &= 123454321 \\111111^2 &= 12345654321 \\1111111^2 &= 1234567654321 \\11111111^2 &= 123456787654321 \\111111111^2 &= 12345678987654321\end{aligned}$$

(9) Narcissus numbers:

(a)  $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$ ;  $370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$ ;  $371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$ ;  $407 = 4^3 + 0^3 + 7^3$ .

(b) P.D.I.:  $4679307774 = 4^{10} + 6^{10} + 7^{10} + 9^{10} + 3^{10} + 0^{10} + 7^{10} + 7^{10} + 7^{10} + 4^{10}$ .

(c) V.R. numbers:

(i)  $165033 = 16^3 + 50^3 + 33^3$ .

(ii)  $5882353 = 588^2 + 2353^2$ . (Prime)

(iii)  $40585 = 4! + 0! + 5! + 8! + 5!$ .

(iv)  $4913 = (4+9+1+3)^3$ .

(v)  $598 = 5^1 + 9^2 + 8^3$ .

(vi)  $2427 = 2^1 + 4^2 + 2^3 + 7^4$ .

(vii)  $3435 = 3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5$  (Only one type known)

(viii)  $585910 = \Delta_{585} + \Delta_{910}$ .

(ix)  $3869 = 62^2 + 05^2$  &  $6205 = 38^2 + 69^2$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

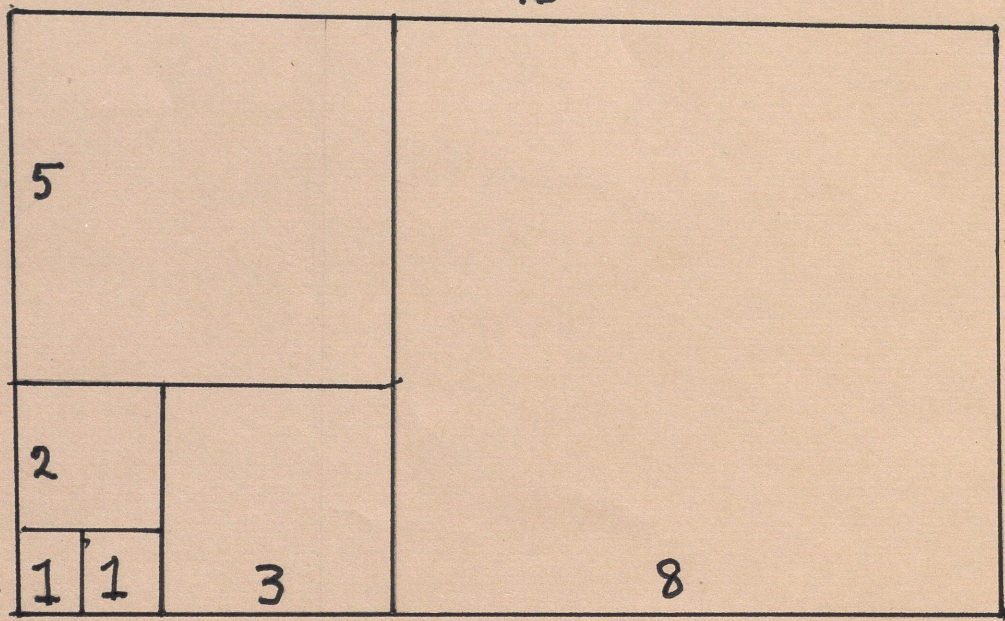
$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

$$x = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \frac{55}{34}, \frac{89}{55}, \dots$

$$x = 1 + \frac{1}{x}, \quad x^2 - x - 1 = 0, \quad x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618\dots = \phi.$$

13



$$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 8 \times 13$$

$$F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + \dots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$$

$$F_1 = F_3 - F_2$$

$$F_2 = F_4 - F_3$$

$$F_{n-1} = F_{n+1} - F_n$$

$$F_n = F_{n+2} - F_{n+1}$$

$$\longrightarrow F_1 + F_2 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1.$$